2024年高考新课标卷一数学真题探源

文/朱妙莲　欧阳才学

高考作为全国性的选拔考试，其试题在备考复习中有较高的参考价值．梳理和总结高考真题与教材中类似例题、习题的共通之处，可以指导学生加深对教材中相应章节基本知识、概念和解题方法的理解，这也同时体现了高考命题“源于教材、高于教材”的重要原则．教材是学生学习的蓝本，通过以下对真题与题源的分析，希望能让学生意识到回归教材和回归真题的重要性，为学生知识网络查漏补缺提供参考．

真题探源

高考真题1　（第3题）已知向量$\boldsymbol{a}=(0,1)$，$\boldsymbol{b}=(2,x)$，若$\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a})$，则$x=$

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

参考答案　D

真题题源　（人教A版高中数学必修第二册第60页复习参考题6第8题）已知向量$\boldsymbol{a}=(1,0)$，$\boldsymbol{b}=(1,1)$．当λ为何值时，$\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}$垂直？

探源分析　本题考查平面向量的坐标运算和向量垂直的坐标运算．高考真题1是将题源中的条件作了改动后，用更简洁的符号语言表述改编而成，依然是根据向量垂直的坐标运算求参数，求解方法一致．考生可以由此思考，如果教材题目中$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$已知，$\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}$的夹角已知时如何求$\lambda$．

高考真题2 （第 4 题）已知 $\cos(\alpha+\beta)=m$，$\tan\alpha\tan\beta=2$，则 $\cos(\alpha-\beta)=$

A. $-3m$　　B. $-\dfrac{m}{3}$　　C. $\dfrac{m}{3}$　　D. $3m$

参考答案　A

真题题源　（人教 A 版高中数学必修第一册第 255 页复习参考题 5 第 15 题的第 1 小题）已知 $\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{1}{5}$，$\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{3}{5}$，求 $\tan\alpha\cdot\tan\beta$ 的值.

探源分析　高考真题 2 考查三角恒等变换，是通过将题源中的条件和结论交换后改编而成的.考生只要掌握和差化积中的推导式 $\tan\alpha\tan\beta=\dfrac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}$，便可以轻松解答这类题.考生要特别注意熟悉 $\cos(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha-\beta)$，$\tan\alpha\tan\beta$ 这些项出现时的通常做法.

高考真题3 （第 7 题）当 $x\in[0,2\pi]$ 时，曲线 $y=\sin x$ 与 $y=2\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的交点个数为

A.3　　B.4　　C.6　　D.8

参考答案　C

真题题源　（人教 A 版高中数学必修第一册第 237 页例 1）画出函数 $y=2\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的简图.

探源分析　本题考查三角函数的图像与性质，是教材中的原题呈现，要求考生掌握正弦函数 $y=\sin x$ 的图像，并能在同一平面直角坐标系中通过图像的变换或“五点作图法”画出正弦型函数的图像，从而可以顺利解决交点问题.

高考真题4 （第 8 题）已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x)>f(x-1)+f(x-2)$，且当 $x<3$ 时 $f(x)=x$，则下列结论中一定正确的是

A. $f(10)>100$　　B. $f(20)>1000$

C. $f(10)<1000$　　D. $f(20)<10000$

参考答案　B

真题题源　（人教 A 版高中数学选择性必修第二册第 57 页复习参考题 4 第 17 题）试用第二数学归纳法证明如下命题：若数列 $\{F_n\}$ 满足 $F_1=1$，$F_2=1$，$F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$（$n\geqslant3$，$n\in\mathbf{N}^*$）（$\{F_n\}$ 称为斐波那契数列），则其通项公式为 $F_n=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$.

探源分析　本题是一道创新题，以题源中的斐波那契数列为背景改编而成，考查抽象函数求值.解答本题的关键是利用 $f(1)=1$，$f(2)=2$，再利用题目所给的函数性质 $f(x)>f(x-1)+f(x-2)$，代入函数值再结合不等式同向可加性，不断递推即可得解.

高考真题5 （第 10 题）设函数 $f(x)=(x-1)^2(x-4)$，则

A. $x=3$ 是 $f(x)$ 的极小值点

B. 当 $0<x<1$ 时，$f(x)<f(x^2)$

C. 当 $1<x<2$ 时，$-4<f(2x-1)<0$

D. 当 $-1<x<0$ 时，$f(2-x)>f(x)$

参考答案 ACD

真题题源 （人教A版高中数学选择性必修第二册第104页复习参考题5第9题）已知函数$f(x)=x(x-c)^2$在$x=2$处有极大值，求c的值.

探源分析 本题可以认为是教材中习题的变式拓展，题中函数与题源同型，两道题均以三次函数为载体研究函数的单调性和极值，还涉及利用单调性和作差法比较大小.

高考真题6 （第13题）若曲线$y=e^x+x$在点$(0,1)$处的切线也是曲线$y=\ln(x+1)+a$的切线，则$a=$______.

参考答案 $\ln 2$

真题题源 （人教A版高中数学选择性必修第二册第104页复习参考题5第13题）已知曲线$y=x+\ln x$在点$(1,1)$处的切线与曲线$y=ax^2+(2a+3)x+1$只有一个公共点，求a的值.

探源分析 本题考查导数的几何意义，是由教材习题换一种表述改编而成的.两道题的考查要求是一致的，都是解决切线问题，解题方法可以参考习题的做法.求切线方程涉及的题型有3个：(1)求曲线在某点处的切线的方程，这也是最简单的一种题型.(2)过某点求曲线的切线.这类题型中，已知点不一定在曲线上，即使该点在曲线上，也不一定是切点，解题的时候需要设出切点坐标.(3)已知切线方程，求曲线方程中的参数.这类题目一定要注意的是：①切点在曲线上，也在切线上；②切点处的导函数值就是切线的斜率.

高考真题7 （第15题）记$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知$\sin C=\sqrt{2}\cos B$，$a^2+b^2-c^2=\sqrt{2}ab$.

(1)求B；

(2)若$\triangle ABC$的面积为$3+\sqrt{3}$，求c.

参考答案 (1)$B=\frac{\pi}{3}$. (2)$c=2\sqrt{2}$.

真题题源 （人教A版高中数学必修第二册第54页习题6.4第22题）已知a、b、c分别为$\triangle ABC$三个内角A、B、C的对边，且$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0$.

(1)求A；

(2)若$a=2$，则$\triangle ABC$的面积为$\sqrt{3}$，求b，c.

探源分析 两道题结构类似、本质相同，都是考查解三角形，将正弦定理、余弦定理及三角形的面积公式交汇在一起进行考查.考生要注意正弦定理和余弦定理的变形情况.

总结与展望

1.高考复习应重视回归教材

高考命题已转向依照新课程标准命题，复习重心也应由过于重视教辅、堆砌习题的情况向教材习题倾斜.很多高考题直接来自课本例题、习题的改编或变式，学生在复习过程中要充分重视教材.教育家布鲁姆说：学生

学到的知识越是基础，其普适性及迁移范围就越广．学生对教材中的基本概念、定理、公式等基础知识掌握得越好，在考试中就越容易抓住问题的本质，越不容易被误导．高考复习时间紧、任务重，学生要对教材知识点做归纳总结，背靠教材进行真题及模拟题训练，将回归教材与习题训练有机结合起来．

2.掌握命题动向，科学备战高考

了解高考命题趋势是高效备考的关键．近年来，高考命题注重综合性、应用性和创新性，考查学生的综合素质和实际应用能力．高考复习要结合数学课程标准，分析历年真题．学生可以将模拟习题与高考真题的训练结合起来，熟悉考试题型，提升答题能力．

3.培养学生的数学思维

学生要了解相关定理、概念产生和发现的历史背景及应用过程，夯实数学基础，培养数学思维．数学毕竟是思维的艺术，需要大量以运算为主的习题训练，包括高考真题，以规范学生的思维分析过程，使其熟练掌握解答技巧，将抽象的数学思维具象化．学生在解答过程中可以梳理、突出同类习题相同的核心理念，培养从复杂表象中抽离与构造数学模型的能力，力争达到融会贯通、举一反三的效果．

4.提升学生的数学核心素养

教育家波利亚在总结解题时说：“我们必须一再地变化它，重新叙述它、变换它，直到最后成功地找到某些有用的东西为止．”在高考复习中，学生可以对例题、习题进行变式，恰当地变更问题情境或改变思维角度，培养应变能力，养成从不同途径寻求解决问题方法的习惯．数学素养或者说思维能力的提高，离不开习题训练．通过有针对性地从不同角度解析重构甚至推导知识点，学生可以更高效地构建数学知识网络，避免陷入漫无目的的题海战役．

（第一作者系湖南浏阳市九中教师，第二作者系湖南长沙市雅礼实验中学正高级教师）

（责任编校/周峰）